

УДК 523.4

ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ВЗАИМНЫХ СБЛИЖЕНИЙ ГСС И НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Демченко Б. И.¹, Диденко А. В.²

FRactal Dimensionality of a Pair Rapprochements of Geostationary Satellites and Some Statistical Estimations

Demchenko B. I., Didenko A. V.

On base of processing of several catalogues of geostationary satellites (GSS) from interval 2000–2013 years is confirmed the correctness of the formula $n(R) = \alpha \cdot R^D$, where R is a distance of the minimum rapprochement of two GSS; $n(R)$ is a daily amount of the rapprochements before R ; α , D are constants. For all catalogues the “fractal” dimensionality $D \approx 1.91$. Using this formula, the estimation of the frequency of dangerous pair rapprochements of GSS is made.

Keywords: geostationary orbit, space debris.

Первый геостационарный спутник, Syncom-1 (USA), был выведен на орбиту в феврале 1963 г. С тех пор прошло 50 лет — юбилейная дата. В настоящее время количество каталогизированных ГСС с характерным размером более 1 м около 1600. Из них только 1/4 это активные (управляемые) спутники, остальные объекты неуправляемы и представляют собой крупные фрагменты космического мусора. В зависимости от элементов орбиты, скорость взаимного сближения двух ГСС может достигать величины 1,5 км/с. Понятно, что на таких скоростях даже легкое касание может привести к разрушению космических аппаратов.

Для анализа опасных взаимных сближений ГСС в работе [1] предложена эмпирическая формула

$$n(R) = \alpha R^D, \quad (1)$$

где R — расстояние минимального сближения двух ГСС в км; $n(R)$ — среднесуточное количество минимальных сближений ГСС до расстояния, не более R ; α , D — постоянные. Множитель α численно равен среднесуточному количеству сближений до расстояния 1 км, то есть $\alpha = n(1)$. Функция

$\tau(R) = 1/n(R) = R^{-D}/\alpha$ определяет средний интервал времени в сутках, в течение которого происходит одно парное сближение ГСС до расстояния R . Параметр D можно рассматривать как фрактальную размерность множества точек сближения, определяемых вектором $\mathbf{R}=(R_x, R_y, R_z)$, а сам метод определения этого параметра аналогичен алгоритму Грассбергера–Прокаччия для оценки корреляционной размерности аттрактора [2, 3].

В настоящей статье показана справедливость формулы (1), уточняются значения постоянных, диапазон применимости, и дается оценка частоты взаимных сближений ГСС до предельно малых расстояний. Для конкретных расчетов было взято пять каталогов орбит ГСС за 2000, 2009, 2011, 2012 и 2013 годы.

Схема расчета $n(R)$ следующая. Из заданного каталога выбираются два ГСС, и вычисляется расстояние между ними на три последовательных момента времени с большим шагом $\Delta t = 3$ ч. Если расстояние на средний момент времени меньше, чем на два крайних, то момент минимального сближения уточняется методом золотого сечения [4]. Перебираются все возможные пары объектов, и затем подсчитывается функция $n(R)$.

¹Демченко Борис Иванович, старший научный сотрудник Астрофизического института им. В. Г. Фесенкова, Республика Казахстан; e-mail: ????????

²Диденко Александр Владимирович, канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Астрофизического института им. В. Г. Фесенкова; e-mail: didenko@gmail.com.

Характеристики каталогов и результаты расчетов

№	Date	Вариант 1			Вариант 2		
		N	D	α	N	D	α
1	2000.9	831	$1,929 \pm 0,019$	$0,180 \pm 0,004$	513	$1,882 \pm 0,008$	$0,007 \pm 0,001$
2	2009.4	1393	$1,913 \pm 0,007$	$0,322 \pm 0,003$	1000	$1,970 \pm 0,011$	$0,014 \pm 0,001$
3	2011.3	1414	$1,876 \pm 0,016$	$0,358 \pm 0,009$	1001	$1,976 \pm 0,012$	$0,015 \pm 0,001$
4	2012.3	1538	$1,891 \pm 0,019$	$0,418 \pm 0,010$	1122	$1,867 \pm 0,009$	$0,022 \pm 0,001$
5	2013.2	1619	$1,918 \pm 0,013$	$0,433 \pm 0,007$	1221	$1,903 \pm 0,008$	$0,023 \pm 0,001$

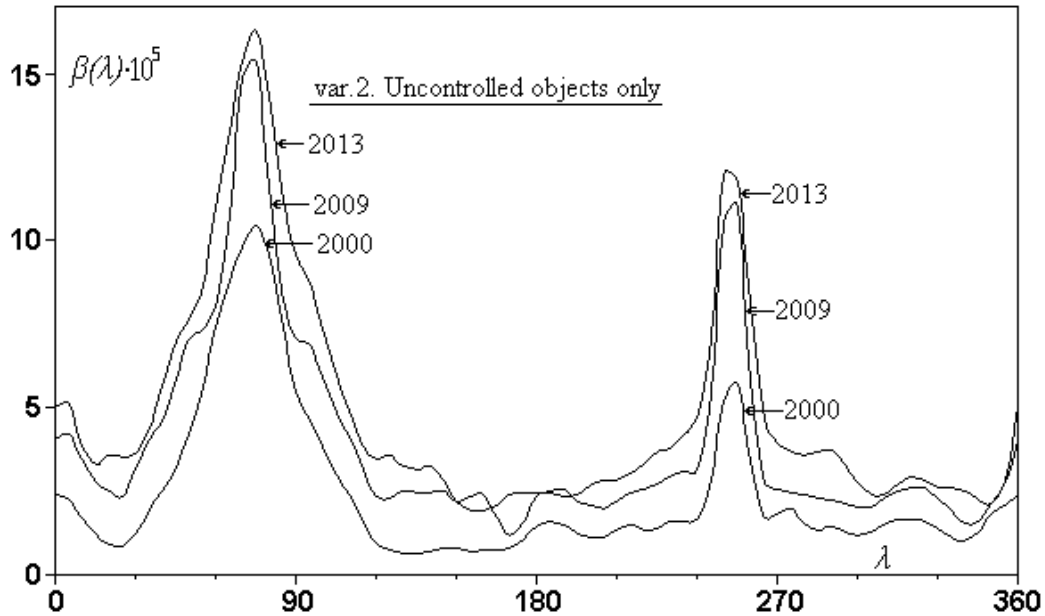


Рис. 1. Зависимость $n(R)$ в двойном логарифмическом масштабе, и линейная аппроксимация для трех каталогов (2000, 2009, 2013 гг.) и двух вариантов расчета

Для ускорения расчетов используется упрощенная теория движения, в которой учитываются только долгопериодические возмущения в долготе ГСС. В рамках этой модели погрешность определения момента сближения не превышала 1,5 мс, а соответствующее расстояние вычислялось с ошибкой менее 2 м. Для обеспечения достаточной статистики, по каждому каталогу расчеты были выполнены на интервале 3 года (по 1,5 года в обе стороны от средней даты элементов орбит). Заметим, что период изменения долготы у подавляющего большинства либрационных ГСС лежит в пределах от 2 до 6 лет. Использовались два варианта расчетов: вариант 1 — все объекты каталогов считаются неуправляемыми; вариант 2 — учитываются только те объекты, которые реально являются неуправляемыми (корректируемые ГСС исключаются).

Основные результаты представлены в таблице, где обозначено: № — номер катало-

га; Date — средняя дата элементов орбит в годах и долях года; N — количество объектов, участвующих в расчетах (для варианта 1 это общее число ГСС в каталоге, для варианта 2 только неуправляемые объекты); D, α — индивидуальные значения параметров для каждого каталога и каждого варианта расчетов.

Параметры D, α получены путем линейной аппроксимации зависимости $\lg(n(R))$ от $\lg(R)$ на малых расстояниях, отдельно для каждого каталога. В варианте 1 интервал аппроксимации для всех каталогов равен 0,4–7,0 км, в варианте 2 он составляет 1,0–35,0 км. В качестве примера на рис. 1 приведена указанная зависимость и ее линейная аппроксимация для трех каталогов.

Как видно из таблицы и рис. 1, показатель степени D практически одинаков для всех каталогов и обоих вариантов расчета. Средние значения параметров для варианта 1 таковы: $D = 1,905$, $\alpha_1 = 0,183$,

$\alpha_2 = 0,324$, $\alpha_3 = 0,350$, $\alpha_4 = 0,413$, $\alpha_5 = 0,437$, где α_k есть значение множителя α для каталога с номером k . Эти значения получены как результат решения 6-параметрической задачи оптимизации (один общий параметр D плюс 5 индивидуальных множителей α_k). Используя эти значения, можно получить следующие оценки: если все ГСС перестанут корректироваться (вариант 1), то, по состоянию геостационарной зоны на начало 2013 г., одно парное сближение ГСС до расстояния 4 м будет происходить в среднем за 232 года, до 8 м — за 62 года, до 15 м — за 19 лет, до 30 м — за 5 лет и т.д.

Для варианта 2 средние значения таковы: $D = 1,919$, $\alpha_1 = 0,0061$, $\alpha_2 = 0,0156$, $\alpha_3 = 0,0175$, $\alpha_4 = 0,0198$, $\alpha_5 = 0,0219$. Следовательно, в настоящее время вероятность столкновения двух неуправляемых объектов довольно мала. Одно парное сближение этих ГСС до $R=4$ м происходит в среднем за 5000 лет, до 8 м — за 1300 лет, до 15 м — за 400 лет и до 30 м — за 105 лет. Однако надо иметь в виду, что в используемые каталоги не входят малоразмерные объекты, количество которых может быть неопределенно большим. Кроме того, если отношение $\alpha_5/\alpha_1 = 3,6$ в будущем сохранится, то каждые 13 лет частота сближений будет увеличиваться в 3,6 раза, и к 2075 году одно взаимное сближение неуправляемых объектов до $R = 4$ м будет происходить в среднем за 10 лет, что сравнимо со временем работоспособности ГСС.

Значение $D = 1,91$ можно рассматривать как универсальную константу, характеризующую множество космических объектов, которые постоянно находятся в геостационарной зоне или регулярно попадают в нее. Используя это предположение, оценим частоту взаимных сближений ГСС в зависимости от долготы точки стояния. Для этого введем новую функцию

$$\nu(R, \lambda) = \beta(\lambda) R^{1,91}, \quad (2)$$

где λ — восточная долгота в градусах, $\nu(R, \lambda)$ — среднесуточное количество сближений ГСС до расстояния, не более R , в 1-градусном интервале долгот. Функция $\beta(\lambda) = \nu(1, \lambda)$ показывает распределение по долготе параметра α при фиксированном показателе степени.

Для определения функции (2) используется следующая расчетная модель. 1) По орбите «идеального» геостационара (то есть

по геостационарной окружности) равномерно распределяется большое количество модельных ГСС; 2) Для каждого такого «идеального» ГСС и каждого каталога рассчитывается частная функция, аналогичная функции (1), с учетом только неуправляемых объектов (как в варианте 2, предполагается, что соответствующие службы контроля космического пространства не допустят слишком тесного сближения модельного объекта и корректируемого ГСС); 3) Функция (2) вычисляется как результат усреднения этих частных функций по 10-градусным зонам, с последующей нормировкой на интервал 1 градус.

Множитель $\beta(\lambda)$ можно получить из линейной аппроксимации функции (2) в логарифмических координатах при малых R . Результаты соответствующих расчетов для трех каталогов представлены на рис. 2.

Как и ожидалось, максимальные значения $\beta(\lambda)$ приходятся на две точки либрации $\lambda_1 = 75^\circ\text{E}$ и $\lambda_2 = 255^\circ\text{E}$, причем вклад либрационных ГСС на этих долготах составляет 80%–90%. Минимальные значения расположены вблизи долгот неустойчивого равновесия 165°E и 345°E (более точные значения 161°E и 348°E [5, 6]). Здесь основной вклад дают дрейфующие объекты.

Использование более полных каталогов ГСС и более точной теории движения, без сомнения, позволит уточнить параметры, входящие в формулы (1), (2). Однако вид этих формул вряд ли изменится.

Выводы

1. Формула (1) достаточно хорошо описывает частоту минимальных взаимных сближений ГСС, по крайней мере, до $R < 7$ км.

2. Значение показателя степени $D = 1,91$ можно рассматривать как универсальную, не зависящую от времени константу, характеризующую множество ГСС.

3. Частота опасных сближений ГСС вблизи точек либрации 75°E и 255°E в 4–5 раз выше, чем вблизи долгот неустойчивого равновесия 165°E и 345°E .

4. В настоящее время столкновение двух каталогизированных неуправляемых ГСС маловероятно и большой опасности не представляет. Одно взаимное сближение этих ГСС до 4 м происходит в среднем за 5000 лет, до 8 м — за 1300 лет. Однако можно ожидать,

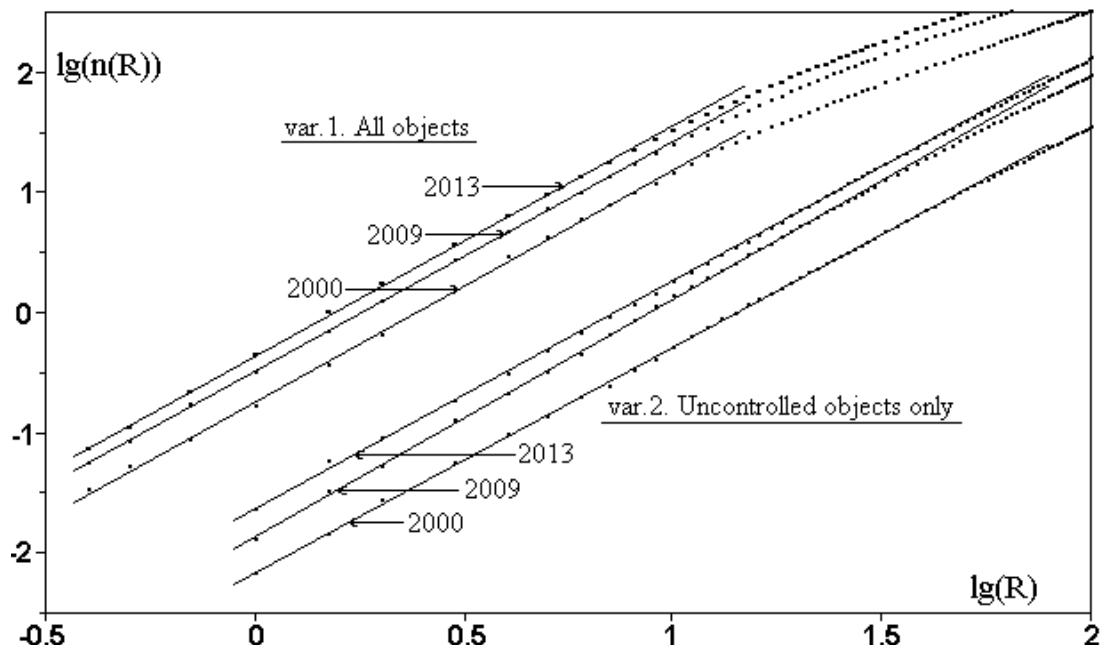


Рис. 2. Зависимость $\beta(\lambda)$ для каталогов 2000, 2009 и 2013 гг.

что к 2075 г. одно сближение этих объектов до 4 м будет происходить в среднем за 10 лет.

Литература

1. Диденко А. В. Некоторые статистические характеристики опасных сближений в геостационарной зоне // Изв. НАН РК. Серия физ.-мат. 2012. № 3. С. 32–36.
2. Федер Е. Фракталы. М.: Мир. 1991. 264 с.
3. Grassberger P., Procaccia I. ?????????????? // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. No. 5. P. 346–349.
4. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. 512 с.
5. Сочилина А. С., Вершков А. Н., Киладзе Р. И. и др. Каталог улучшенных орбит неуправляемых геостационарных объектов. Санкт-Петербург; ИТА РАН. 1994. Т. 1. 102 с.
6. Сочилина А. С., Киладзе Р. И., Григорьев К. В., Вершков А. Н. Каталог орбит геостационарных спутников. СПб.: ИТА РАН. 1996. 104 с.

Ключевые слова: геостационарная орбита, космический мусор.

Статья поступила 28 ноября 2013 г.

Астрофизический институт им. В. Г. Фесенкова, Республика Казахстан, г. Алматы

© Демченко Б. И., Диденко А. В., 2013

На основе обработки нескольких каталогов орбит ГСС из интервала 2000–2013 гг. показана справедливость формулы $n(R) = \alpha R^D$, где R — расстояние минимального сближения двух ГСС; $n(R)$ — среднесуточное количество сближений до расстояния R ; α , D — постоянные. Для всех каталогов «фрактальная» размерность $D \approx 1,91$. Используя эту формулу, сделана оценка частоты опасных взаимных сближений ГСС.